連星系における惑星軌道のシミュレーション

——パソコンによる効果的な科学教育のために——

A Simulation of a Planet Orbit in a Binary Star System

——For Effective Science Education Using a Personal Computer——

橋　元　淳一郎

1．はじめに

若者の理工系離れが指摘されてから、すでに久しい。その原因は、一時的な経済環境によるものから、科学そのものの存在意義を問うものまで、さまざまであろうが、現場で教育に実践的に携わる者にとって、外的な要因は何であれ、科学教育の工夫というものが常になされなければならないことは言うまでもないだろう。すなわち、科学の初心者である学生にとって、どのような教え方が、わかりやすく、面白く、役に立つものであるかという、学ぶ者の立場にたった視点がつねに必要なわけである。しかるに、現在の日本の高等学校、大学初年級における科学教育を概観したとき、事態は改善されているとは到底思えない。私見ながら、その原因は、

①科学は知識であるという固定観念があり、素朴な疑問から創造的に学習を進めていくという工夫に欠けている。

②既存の法則や手法を頭ごなしに用い、科学を楽しむという姿勢が希薄である。

③急速に普及したパソコンが、いまだ有効に活用されていない。

というような点にあると考えられる。

筆者は前号で、パソコン・プログラムを用いた未来の月軌道のシミュレーションを紹介したが、本稿ではその基本的考え方を踏襲した上で、連星系における惑星の運動というテーマを、パソコンを用いた科学教育の一例として紹介してみたい。

2．連星系

我々の太陽系は、太陽という一つの恒星をもつ星系であるが、宇宙には、二つの恒星からなる、いわゆる連星系が存在する。連星系は決して珍しい存在ではなく、むしろ一恒星系よりも多く存在するのではないかと考えられている。このような連星系に、地球のような惑星が安定に存在しているのかどうかという問題は、純粋に天文学のテーマとしても興味深い。じっさいの天体観測では、技術的な困難もあり、連星系における惑星はまだ発見されていないが、コンピュータ・シミュレーションによる数値解析なら容易におこなうことができる。

パソコンを用いた科学教育の一例として、連星系における惑星の運動を取り上げる意義は、次のような点にあるであろう。

①現実の宇宙において連星系が多く存在し、天文学のテーマとして意義があること。

②三つの天体（連星と惑星）の運動を扱ういわゆる三体問題であり、コンピュータを用いなければ、惑星の軌道を求めることはできないこと（じっさい、わずかな初期条件の違いが、惑星を予測不可能な複雑な軌道に導くことが、シミュレーションしてみればわかる)。

③たとえば、惑星上から二つの太陽はどのように見えるか、惑星の表面温度などの環境はどのように変化するかなど、学生の興味と想像力をかきたてるテーマが派生的に見つけられること。

3．ニュートン力学をいかに教えるか

従来の物理教育では、この種のテーマはつぎのような方法で教えられている。

《手順①》ニュートンの運動方程式と万有引力の法則を教える。

《手順②》運動方程式が微分方程式であることを示し、数学的手法によって微分方程式を解く方法を教える。

《手順③》三体問題では、微分方程式の解析的解は得られないことを示し、微分方程式から差分方程式への移行を教える。

《手順④》差分方程式の数値的解法（たとえばルンゲ＝クッタ法など）を教え、それをパソコンのプログラムとしてどのように書くかを教える。

以上のような教育プログラムにおける問題点は、《手順②》以降では、もはや物理的なイメージが入り込む余地がなくなり、完全に数学的な手段に頼ることになる点である。物理学や数学を主専攻としない多くの初学者にとって、《手順②》以降の作業は、無味乾燥な無機的な手段に見えるのではないだろうか。そして、ひいては、科学とはこのように分かりにくいものなのか、という否定的な思い込みにいたる可能性すら少なくないであろう。

そこで、従来の教え方のこのような負の側面を避けるために、より素朴ではあるが、それゆえに視覚的イメージに訴えやすい一つの教授方法を、以下に提案してみたい。
《手順①》ニュートンの運動方程式と万有引力の法則を教える。
《手順②'》運動方程式の「意味」を、「懇切丁寧」に教える。ここで運動方程式の「意味」とは何か、なぜ「懇切丁寧」なのか、という点を具体的に説明してみよう。

運動方程式は、一般に次のように書ける。

$$\frac{d(mv)}{dt} = F \qquad \cdots\cdots(1)$$

ここで mv は物体の運動量であるが、相対論の効果を無視できる場合には質量 m は定数とみなせるから、初学者にわかりやすく、式(1)を次のように変形しておく。

$$m\frac{dv}{dt} = F \qquad \cdots\cdots(1)'$$

ここで dv/dt の意味を理解するためには、予備知識が必要である。それは力学の基礎のところですでに教授済みのはずの知識ではあるが、再度、「懇切丁寧」にそれを繰り返す。その要旨は以下の通り。

そもそも、運動方程式の目的は、天体などの物体の軌道を求めること、すなわち、刻々の物体の位置を求めるということである。では、刻々の物体の位置はどのようにして求められるかというと、刻々の速度が分かればよい（図1）。なぜなら、速度とは位置の時間変化、つまり刻々の位置の変化が速度の定義に他ならないからである。

では、図1に印された刻々の速度はどのようにして求められるかというと、刻々の加速度が分かればよい（図2）。なぜなら、加速度とは位置の時間変化、つまり刻々の速度の変化が加速度の定義に他ならないからである。

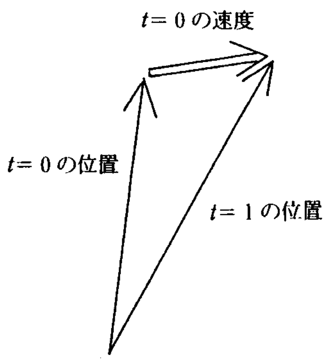

図1

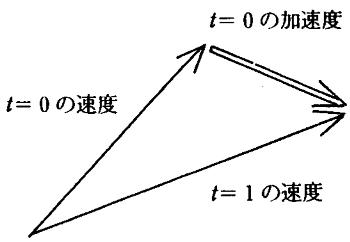

図2

結局、物体の最初の位置と速度さえ決まれば、以降のその物体の刻々の位置は、加速度だけで決定されることになる。むろん、はじめから刻々の位置や刻々の速度が分かっていればそれでよいのだが、ここでなぜ加速度なのか。それが式(1)' である。ここに至って、ようやく運動方程式の「意味」が理解できるのである。(1)' が「意味」していることは、物体の加速度を決めるものは、その物体に働く力に他ならない、ということである。そして物体に働く力を決定するものが、万有引力の法則に他ならない。(以上を、饒舌でもよいから、もっとわかりやすい言葉で説明する)。

《手順③'》　《手順②'》で理解させた運動方程式(1)' を、そのままプログラム化していく。たとえば、連星系の軌道プログラム（図３）の例でいえば、

①まず、惑星の最初（時刻 $t=0$）の位置 x_0 と速度 v_0 を適当に決める。

②このとき（$t=0$）惑星に働く二つの恒星からの万有引力を求め、運動方程式(1)' から、惑星の加速度 a_0 を求める。

③つぎの瞬間（図３の例では1000秒後）の惑星の速度 v_1 を、v_0+a_0 とする。なぜなら、v_0 から速度が a_0 だけ変化（つまり加速）した結果が、つぎの瞬間の速度 v_1 だからである。

④このときの惑星の位置 x_1 を、x_0+v_0 とする。なぜなら、x_0 から位置が v_0 だけ変化した結果が、つぎの瞬間の位置 x_1 だからである。

こうして、《手順②'》で理解した内容が、そのまま《手順③'》で進められ、刻々の惑星の位置 x_1、x_2、・・・・・・が決定されることになる。

以上の方法は、物理や数学に習熟した者にとっては、迂遠で効率が悪く誤差も多い素人的方法に見えるかもしれない。しかし、問題は、初学者がどのように感じるかである。微分方程式やルンゲ＝クッタ法などのオーソドックスな手法は、以上のような素朴な方法によってニュートン力学とは何であるかをよく理解した後に学んでも遅くはあるまい。

４．連星系における惑星軌道のプログラム

３節までの趣旨に則って作成したプログラムが、図３である。

プログラムの基本構造は、前号の拙稿『未来の月軌道』のプログラムと同様である。前号では、太陽と地球の位置関係が一定であり、パラメータは月の初期条件だけであったが、今回は連星の位置関係と惑星の位置関係が絡み、さまざまな初期条件が可能である。煩雑さを避けるため、本稿では連星の軌道を、図４に示したように、共通重心の周囲を同じ半径で円軌道するもの一種類に限った。プログラムのパラメータを変更すれば、より多様な連星の軌道を得ることができるが、本稿では惑星の軌道に主眼をおいたため、連星の軌道はできるだけ簡単なものとした。

```
'-----------------------------------------
'連星系における惑星軌道のシミュレーション
'-----------------------------------------
'単位：長さ1000Km:時間1000s:質量1kg
OPEN "A:¥PLANET.DAT" FOR OUTPUT AS #1  '惑星データ格納ファイルをオープン
OPEN "A:¥SUN1.DAT" FOR OUTPUT AS #2    '太陽１データ格納ファイルをオープン
CLS
T = 0                           '時間パラメータ初期値（1000秒単位）
AU = 1.496 * 10 ^ 5             '１天文単位の設定（1000km単位）
R0 = .5 * AU                    '太陽－重心間の初期値設定（そのつど入力）
GM0 = 13.2706 * 10 ^ 7          '太陽質量を代入したＧＭ値
X1 = R0: Y1 = 0                 '太陽１の絶対座標（初期値）
X2 = -R0: Y2 = 0                '太陽２の絶対座標（初期値）
VX1 = 0                         '太陽１の速度成分（初期値）
VY1 = (GM0 / R0) ^ .5 / 2
VX2 = 0                         '太陽２の速度成分（初期値）
VY2 = -(GM0 / R0) ^ .5 / 2
X3 = X1 + AU: Y3 = 0            '惑星の絶対座標（初期値）
VX3 = 0: VY3 = VY1              '惑星の速度成分（初期値）
PSET (320, 200), 14             '重心を画面上に印す
A = 100
DO UNTIL INKEY$ <> ""
DAY = T / 86.4                  '時間を日に換算
LOCATE 1, 3: PRINT INT(DAY)     '画面左上に積算日数を表示
XX1 = 320 + X1 / 4000: YY1 = 200 - Y1 / 4000: PSET (XX1, YY1), 2  '太陽１を画面上に印す
XX2 = 320 + X2 / 4000: YY2 = 200 - Y2 / 4000: PSET (XX2, YY2), 2  '太陽２を画面上に印す
XX3 = 320 + X3 / 4000: YY3 = 200 - Y3 / 4000: PSET (XX3, YY3), 6  '惑星を画面上に印す
IF A <> INT(DAY) THEN WRITE #1, X3 / 4000, Y3 / 4000
IF A <> INT(DAY) THEN WRITE #2, X1 / 4000, Y1 / 4000
R12 = ((X1 - X2) ^ 2 + (Y1 - Y2) ^ 2) ^ .5            '太陽１－太陽２間距離
R13 = ((X1 - X3) ^ 2 + (Y1 - Y3) ^ 2) ^ .5            '太陽１－惑星間距離
R23 = ((X2 - X3) ^ 2 + (Y2 - Y3) ^ 2) ^ .5            '太陽２－惑星間距離
A12 = GM0 / R12 ^ 2                   '太陽１が太陽２から受ける加速度の大きさ
A13 = GM0 / R13 ^ 2                   '惑星が太陽１から受ける加速度の大きさ
A23 = GM0 / R23 ^ 2                   '惑星が太陽２から受ける加速度の大きさ
A12X = -A12 * (X1 - X2) / R12: A12Y = -A12 * (Y1 - Y2) / R12   '太陽１が太陽２から受ける加速度の成分
A21X = A12 * (X1 - X2) / R12: A21Y = A12 * (Y1 - Y2) / R12     '太陽２が太陽１から受ける加速度の成分
A13X = A13 * (X1 - X3) / R13: A13Y = A13 * (Y1 - Y3) / R13     '惑星が太陽１から受ける加速度の成分
A23X = A23 * (X2 - X3) / R23: A23Y = A23 * (Y2 - Y3) / R23     '惑星が太陽２から受ける加速度の成分
VX1 = VX1 + A12X: VY1 = VY1 + A12Y                             '太陽１の速度成分
VX2 = VX2 + A21X: VY2 = VY2 + A21Y                             '太陽２の速度成分
VX3 = VX3 + A13X + A23X: VY3 = VY3 + A13Y + A23Y               '惑星の速度成分
A = INT(DAY)
T = T + 1
X1 = X1 + VX1: Y1 = Y1 + VY1        '次の時刻の太陽１の座標
X2 = X2 + VX2: Y2 = Y2 + VY2        '次の時刻の太陽２の座標
X3 = X3 + VX3: Y3 = Y3 + VY3        '次の時刻の惑星の座標
LOOP
CLOSE #1
CLOSE #2
END
```

図3

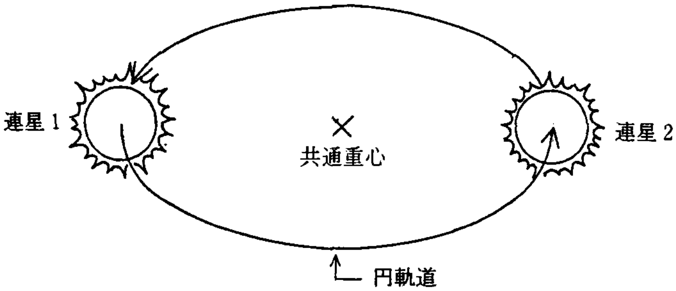

図４

5．シミュレーション結果例

図５－図12にシミュレーションの結果の一部を示した。初期条件の与え方は次の通りである。

連星と惑星の距離は、太陽－地球間の距離と同じ１ＡＵ（$=1.4960\times10^{11}$m）とし、惑星は最初、二つの連星を結ぶ線上にあり、初速はその線に垂直（図の上方向）であるとする。その他のパラメータは、

R：共通重心を中心とした連星の軌道半径（ＡＵ）

VY：惑星の連星に対する相対初速度の大きさ（ｋｍ／ｓ）

T：連星の公転周期（ｄａｙ）

t：描かれた惑星軌道の日数（ｄａｙ）

を意味する。

図５：連星間の距離が４ＡＵの場合には、惑星を地球と同じほぼ円軌道でスタートさせると、一周期の時間程度であれば、ほぼ安定に一つの恒星の周囲を公転することがわかる。

図６：しかし、連星間の距離が３ＡＵの場合には、もはや惑星軌道は安定ではありえない。

図７：連星間の距離が２ＡＵの場合には、一見安定した軌道に見えるが、さらにシミュレーションを続ければ、不安定となることは間違いないであろう。

図８－図12：連星間の距離が１ＡＵの場合について、相対初速度の大きさをいろいろ変えてシミュレーションした結果である。相対初速度が約４ｋｍ／ｓ以上では、惑星の全力学的エネルギーは正となり、連星からの束縛を離れてしまう（図８、９）。しかし、相対初速度がそれ以下の場合には、惑星は最初から安定した軌道を描けず、まったくでたらめな軌道となってしまう（図10－12）。

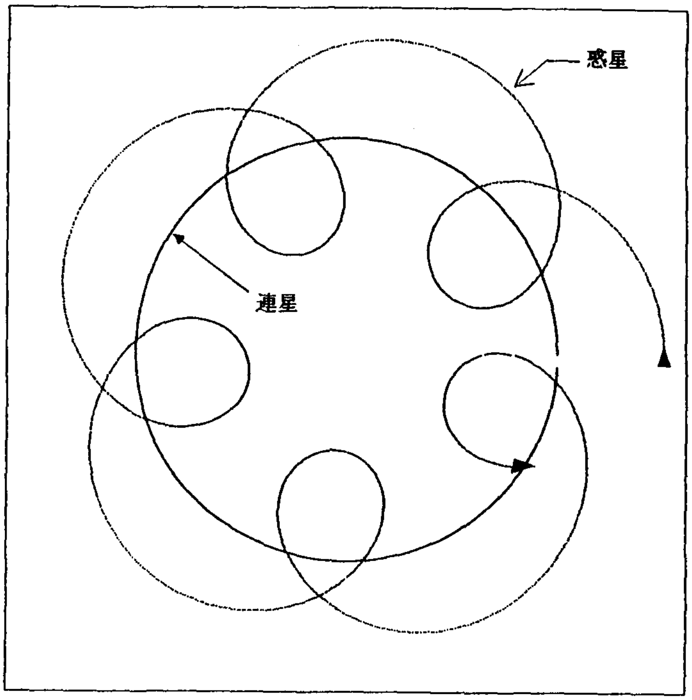

図5　$R=2$，$VY=29.78$，$T=2046$，$t=2046$

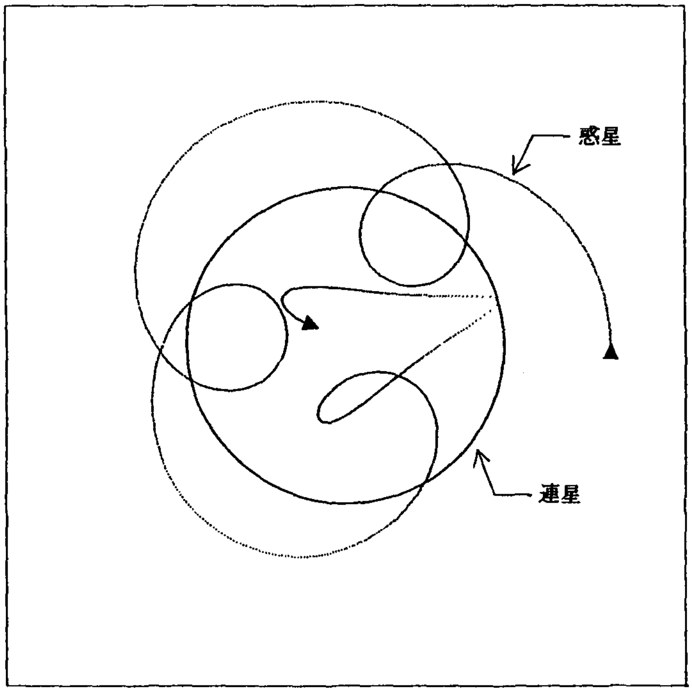

図6　$R=1.5$，$VY=29.78$，$T=1324$，$t=1655$

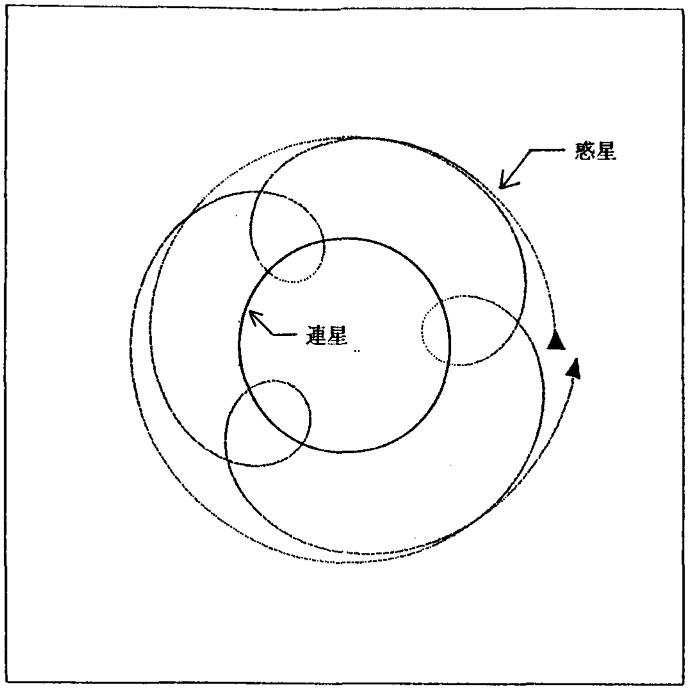

図7　$R=1$，$VY=29.78$，$T=722$，$t=1444$

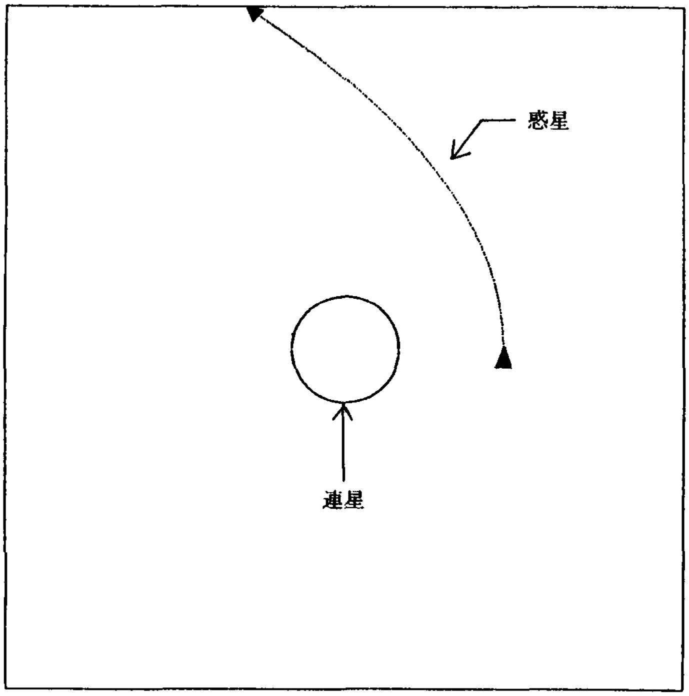

図8　$R=0.5$，$VY=29.78$，$T=252$，$t=252$

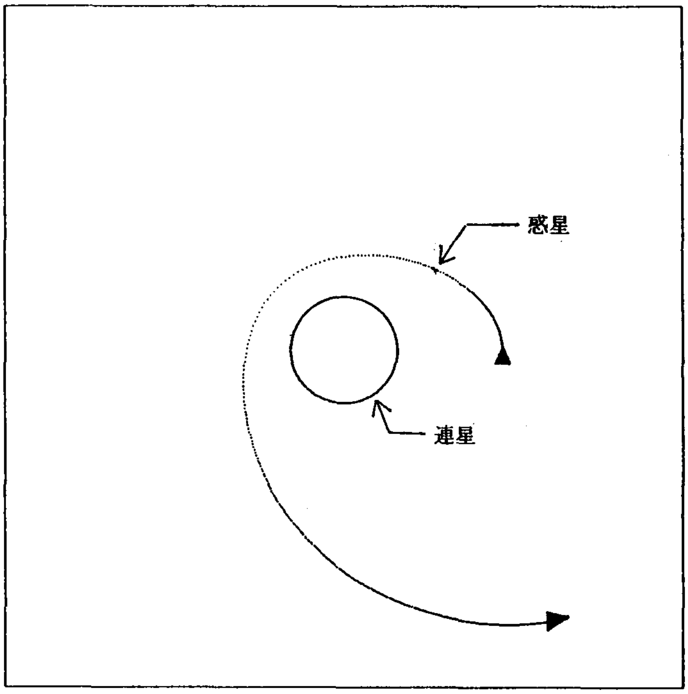

図9　$R=0.5$, $VY=4.0$, $T=252$, $t=360$

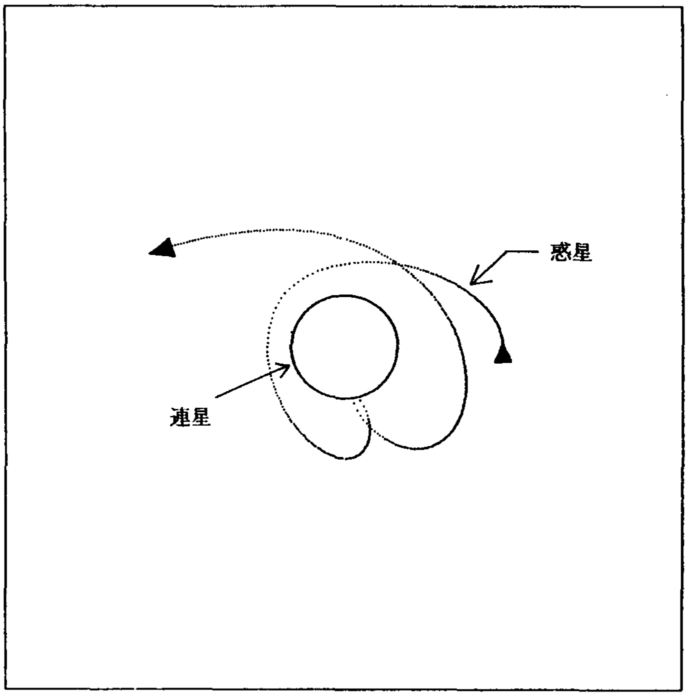

図10　$R=0.5$, $VY=2.0$, $T=252$, $t=410$

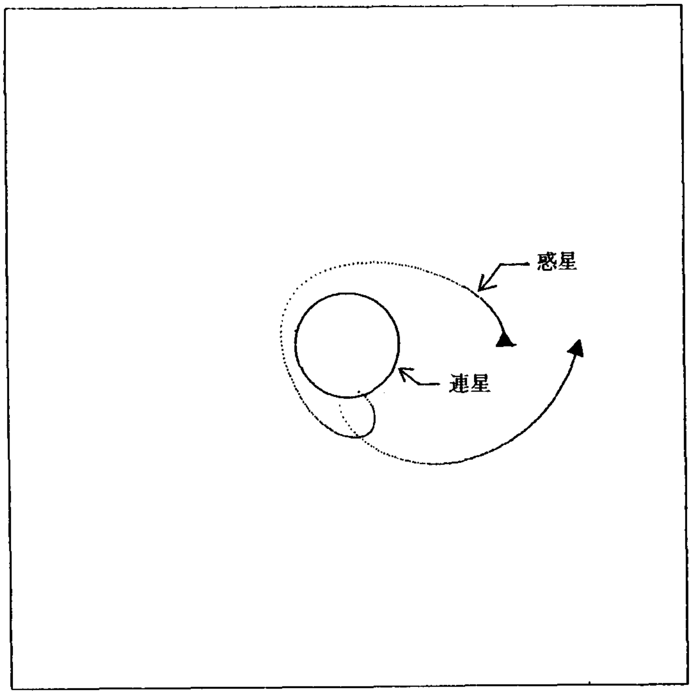

図11　$R=0.5$,　$VY=1.0$,　$T=252$,　$t=360$

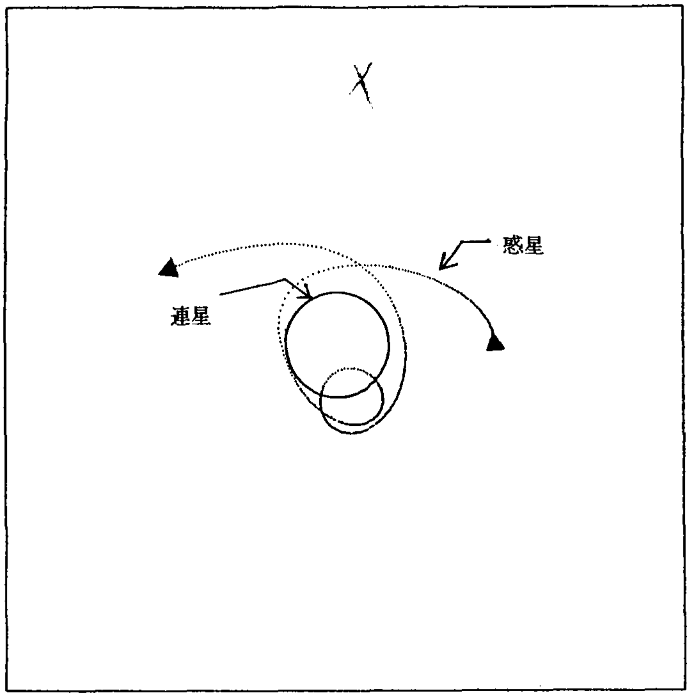

図12　$R=0.5$,　$VY=0$,　$T=252$,　$t=378$

6．おわりに

本稿では、連星系が共通重心の周囲を円軌道を描くという特別の場合のみを扱ったが、その他の連星の軌道についてシミュレーションしてみることも、教育的効果からみて、面白くもあり有意義であるだろう。

本稿が、科学教育のあり方についての、些細ではあるが新しい一つの視点となれば幸いである。

参考文献

1）Ｓ．ミットン編『現代天文百科』（岩波書店）
2）国立天文台編『理科年表1994』（丸善）
3）湯川秀樹・田村松平著『物理学通論』（太明堂）
4）神原武志他著『コンピュータ物理の世界』（講談社）
5）『相愛大学研究論集』第10巻、拙稿